

Zusatzaufgaben

Aufgabe 1 (10 Punkte):

Die Konfirmanden Anna, Bastian, Christina und Dennis haben sich beim Verteilen der Küchle leider viel zu oft „verquatscht“ und sind auch nach Beginn der Dämmerung immer noch unterwegs.

Auf dem Weg zu einem etwas entlegeneren Bauernhof kommen sie an eine Brücke, die nur noch eingeschränkt nutzbar ist. Erstens ist sie längere Zeit nicht mehr überholt worden und kann nur noch zwei Konfirmanden gleichzeitig tragen. Zweitens hat sie kein Geländer und ist so schmal, dass sie nur mit einer Taschenlampe überquert werden kann (die Taschenlampe gehört zwar eigentlich Dennis, aber er leiht sie gern jedem der anderen aus).

Dennis kann in 5 Minuten die Brücke einmal überqueren, Anna braucht 10 Minuten, während Christina bzw. Bastian 20 bzw. 25 Minuten benötigen würden, wenn sie sich größtmöglich beeilen. Leider wird die eine Taschenlampe, die unsere Vier besitzen, nur noch 60 Minuten leuchten.

- (a) Haben sie eine Chance zu viert heil über die Brücke zu kommen, oder gibt es dieses Jahr keine Küchle für die Bewohner des entlegenen Bauernhofes? (Evtl. ist es hilfreich sich unterschiedliche Situationen graphisch zu veranschaulichen.)
- (b) Begründe, warum 45 Minuten in keinem Fall ausreichen würden. (Falls dies zu schwierig sein sollte, begründe zunächst, warum es in 30 Minuten nicht gehen kann.)

Aufgabe 2 (10 Punkte):

Auf einem Blatt Papier stehen 10 Behauptungen:

- 1) Zumindest eine der Behauptungen 9 und 10 ist richtig.
- 2) Dies ist entweder die erste richtige oder die erste falsche Behauptung.
- 3) Es gibt drei aufeinanderfolgende Behauptungen, die falsch sind.
- 4) Die gesuchte Zahl ist teilbar durch die Differenz der Nummern der letzten und der ersten richtigen Behauptung.
- 5) Die Summe der Nummern der richtigen Behauptungen ist die gesuchte Zahl.
- 6) Dies ist nicht die letzte richtige Behauptung.
- 7) Die gesuchte Zahl ist durch die Nummer jeder richtigen Behauptung teilbar.
- 8) Die gesuchte Zahl ist der Anteil der richtigen Behauptungen.
- 9) Die Anzahl der Teiler der gesuchten Zahl (abgesehen von 1 und der Zahl selbst) ist größer als die Summe der Nummern der richtigen Behauptungen.
- 10) Es gibt keine drei aufeinanderfolgenden richtigen Behauptungen.

Und das sind deine Aufgaben:

- (a) Finde eine Einteilung der 10 Behauptungen in falsche bzw. wahre Behauptungen und eine positive Zahl, so dass sich die Behauptungen nicht gegenseitig widersprechen. (Finde zunächst den Wahrheitswert von möglichst vielen Behauptungen heraus. Je mehr Behauptungen entlarvt bzw. bestätigt wurden, desto besser.)
- (b) Finde alle Einteilungen der 10 Behauptungen in falsche bzw. wahre Behauptungen, so dass sie sich gegenseitig nicht widersprechen. Wie heißt dann jeweils die kleinstmögliche positive Zahl?

Aufgabe 3 (10 Punkte):

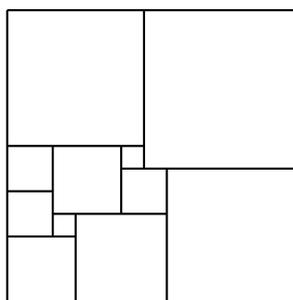
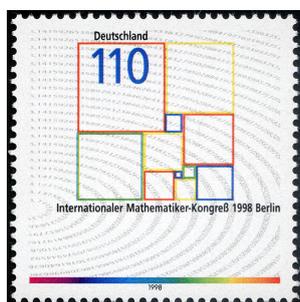


Abbildung 1: Sondermarke aus dem Jahr 1998. Abbildung 2: Fliesplan für ein kleines Zimmer.

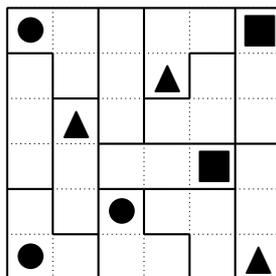
Auf der Briefmarke in Abbildung 1 ist eine Zerlegung eines 177×176 -Rechtecks aus lauter unterschiedlichen Quadraten dargestellt. Hierbei sind die Seitenlängen der Quadrate jeweils ganzzahlig. Leider hat der zuständige Postbeamte die einzelnen Seitenlängen verbaselt. Glaubst Du, es ist möglich die Seitenlängen auszurechnen?

Da das Ausrechnen der richtigen Seitenlängen zu aufwändig für diesen Wettbewerb wäre, schauen wir uns stattdessen ähnliche Probleme an. Betrachte ein quadratisches Zimmer mit Seitenlänge $2,6 \text{ m}$, das mit quadratischen Fliesen der Seitenlänge $2 \cdot n \text{ dm}$ gefliest werden soll. Hierbei können unterschiedlich große Fliesen verwendet werden und n kann jeweils eine natürliche Zahl zwischen 1 und 12 sein.

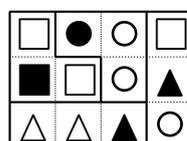
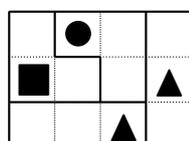
- Bestimme die minimale Anzahl an Fliesen, wenn genau eine davon $2 \cdot 12 \text{ dm} \times 2 \cdot 12 \text{ dm}$ groß sein muss.
- Bestimme die minimale Anzahl an Fliesen, wenn genau eine davon $2 \cdot 11 \text{ dm} \times 2 \cdot 11 \text{ dm}$ groß sein muss.
- Bestimme die minimale Anzahl an Fliesen, wenn genau eine davon $2 \cdot 10 \text{ dm} \times 2 \cdot 10 \text{ dm}$ groß sein muss.
- Ermittle die Seitenlängen der Fliesen, wenn das Zimmer gemäß Abbildung 2 gefliest werden soll. (Die Seitenlängen sollen ausgerechnet, nicht gemessen werden. Evtl. ist es hilfreich viele Unbekannte zu verwenden.)

Aufgabe 4 (10 Punkte):

Zeichne in jedes Feld des Diagramms ein Symbol (Kreis, Quadrat, Dreieck) ein, wobei in einem Gebiet entweder nur gleiche oder nur verschiedene Symbole stehen dürfen. In zwei über eine Kante benachbarten Feldern unterschiedlicher Gebiete (durch durchgezogene, nicht punktierte Linien markiert) dürfen keine identischen Symbole stehen. Der Lösungsweg muss schrittweise und begründet angegeben werden.



Beispiel:



Aufgabe 5 (10 Punkte):

Trage die Ziffern von 1 bis 5 so in das Diagramm ein, dass in jeder Zeile und jeder Spalte jede der Ziffern von 1 bis 5 genau einmal vorkommt. Die Kleinerzeichen zwischen den Feldern geben an, in welchem der beiden Felder die kleinere Zahl steht.

